

01-05. Задачи с практическим содержанием**Блок 1. ФИПИ.****Примеры решений****«План местности»**

Задание 1. На рисунке изображён план сельской местности. Катя на летних каникулах приезжает в гости к дедушке в деревню Старая (на плане обозначена цифрой 7). В конце каникул дедушка на машине собирается отвезти Катю на автобусную станцию, которая находится в деревне Мишино. Из деревни Старая в деревню Мишино можно проехать по просёлочной дороге мимо реки. Есть другой путь – по шоссе до села Речное, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в Мишино. Третий маршрут проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Ивушка, где можно свернуть на шоссе до деревни Мишино. Четвёртый маршрут пролегает по шоссе до села Благое, от Благого до Арбузово по просёлочной дороге мимо конюшни и от Арбузово до Мишино по шоссе. Ещё один маршрут проходит по шоссе до деревни Новая, по просёлочной дороге мимо конюшни до деревни Ивушка и по шоссе от деревни Ивушка до Мишино. Шоссе и просёлочные дороги образуют прямоугольные треугольники.



По шоссе Катя с дедушкой едут со скоростью 40 км/ч, а по просёлочным дорогам – со скоростью 25 км/ч. Расстояние от деревни Старая до деревни Новая равно 18 км, от села Благое до села Речное – 24 км, от деревни Новая до села Благое – 12 км, от села Речное до деревни Ивушка – 16 км, от деревни Ивушка до деревни Арбузово – 6 км, а от деревни Арбузово до деревни Мишино – 30 км.

1.1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены деревни.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Насел. пункты	д. Новая	д. Арбузово	с. Благое	д. Ивушка
Цифры				

Важно! Рекомендуется сразу отметить все населенные пункты.

Работаем с текстом.

Текст	Вывод
Катя на летних каникулах приезжает в гости к бабушке в деревню Старая (на плане обозначена цифрой 7).	Деревня Старая обозначена цифрой 7 .
Из деревни Старая в деревню Мишино можно проехать по просёлочной дороге мимо реки.	Мимо реки проходит дорога к пункту, отмеченному цифрой 4 . Это деревня Мишино.
Есть другой путь – по шоссе до села Речное, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в Мишино.	Единственный пункт, с поворотом под прямым углом обозначен цифрой 1 , следовательно, это село Речное.
Третий маршрут проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Ивушка, где можно свернуть на шоссе до деревни Мишино.	От деревни Старой проходит только одна дорога мимо пруда, она отмечена цифрой 3 . Это деревня Ивушка.
Четвёртый маршрут пролегает по шоссе до села Благое, от Благое до Арбузово по просёлочной дороге мимо конюшни и от Арбузово до Мишино по шоссе.	Мимо конюшни проходит две дороги, но одна из них ведет к деревне Ивушка, следовательно, деревня Арбузово отмечена цифрой 2 , а село Благое цифрой 6 .
Ещё один маршрут проходит по шоссе до деревни Новая...	Оставшийся пункт – деревня Новая, она отмечена цифрой 5 .

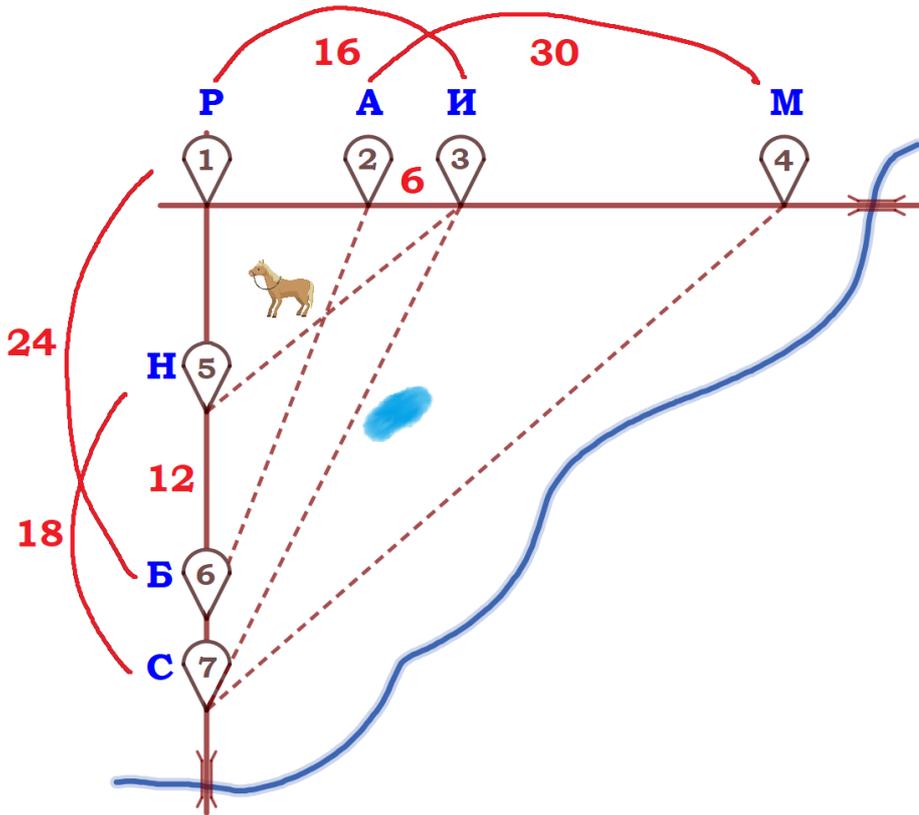
Заполняем таблицу:

Насел. пункты	д. Новая	д. Арбузово	с. Благое	д. Ивушка
Цифры	5	2	6	3

Ответ: **5263**

1.2. Найдите расстояние от деревни Ивушка до деревни Мишино по шоссе. Ответ дайте в километрах.

Важно! Рекомендуется сразу отметить длину всех участков дороги между населенными пунктами по шоссе.



Речное – Арбузово:
 $16 - 6 = 10$ (км)

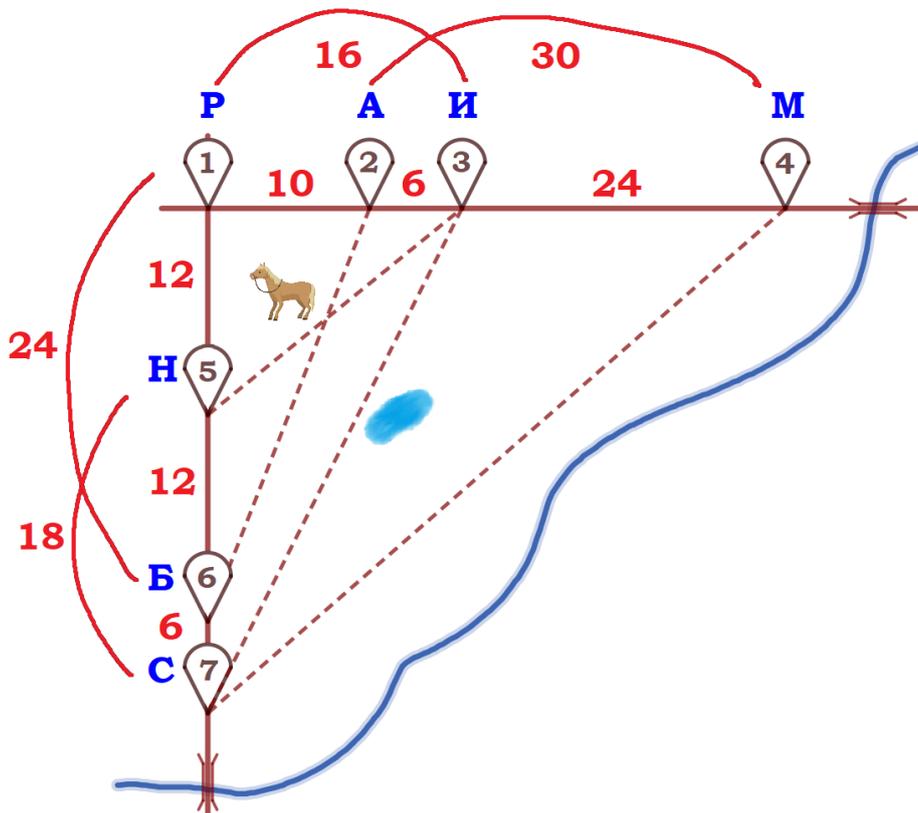
Ивушка – Мишино:
 $30 - 6 = 24$ (км)

Старая – Благое:
 $18 - 12 = 6$ (км)

Новая – Речное:
 $24 - 12 = 12$ (км)

Ответ: **24**

Итоговая схема:

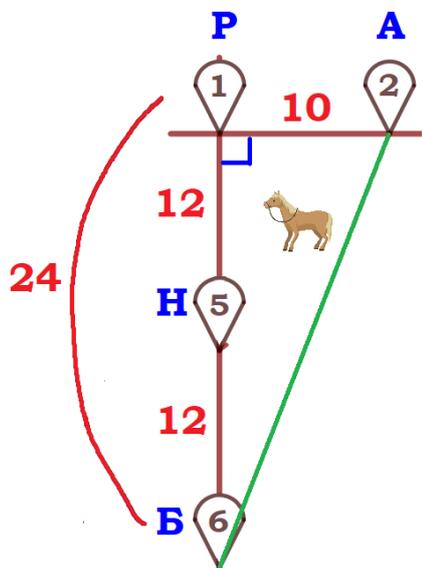


1.3. Найдите расстояние от деревни Старая до села Речное по шоссе. Ответ дайте в километрах.

По схеме: $18+12=30$ (км) или $6+24=30$ (км), или $6+12+12=30$ (км).

Ответ: **30**

1.4. Найдите расстояние от деревни Арбузово до села Благое по прямой. Ответ дайте в километрах.



Рассмотрим треугольник АБР:

$\triangle АБР$ – прямоугольный (по условию),
 $АР = 10$ (км), $БР = 24$ (км)

По теореме Пифагора найдем АБ:

$$АБ^2 = БР^2 + АР^2$$

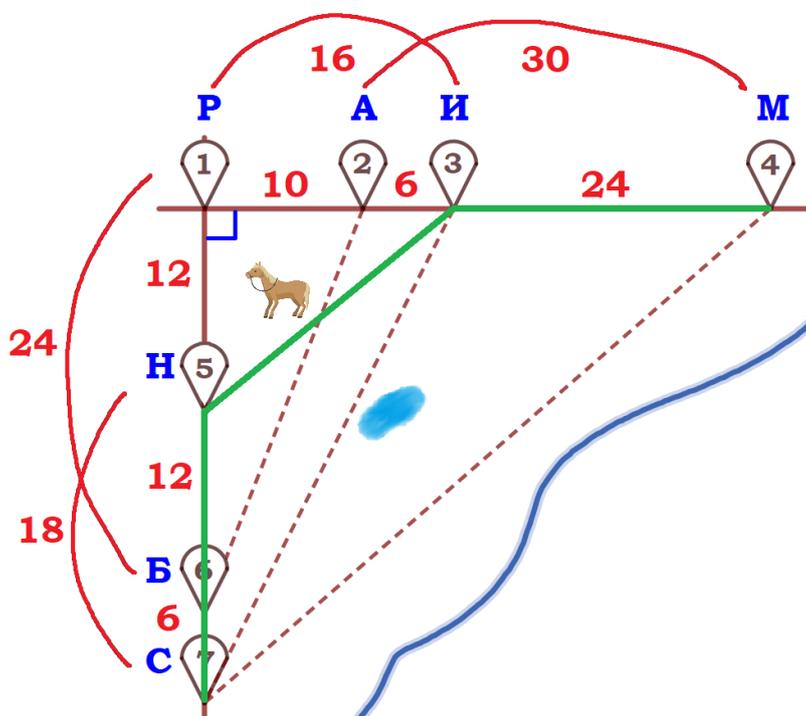
$$АБ^2 = 24^2 + 10^2$$

$$АБ^2 = 676$$

$$АБ = 26 \text{ (км)}$$

Ответ: **26**

1.5. Сколько минут затратят на дорогу Катя с дедушкой из деревни Старая в деревню Мишино, если поедут через деревню Новую и деревню Ивушка мимо конюшни?



Старая – Новая – Ивушка –
 Мишино:

$СН+НИ+ИМ$

1) $S_{С-Н} = 18$ км, $v_{С-Н} = 40$ км/ч,
 найдем время:

$$t_{С-Н} = \frac{S}{v} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20} \text{ (ч)}$$

2) По теореме Пифагора
 найдем НИ:

$$НИ^2 = 12^2 + 16^2$$

$$НИ^2 = 400$$

$$НИ = 20 \text{ (км)}$$

$$S_{Н-И} = 20 \text{ км}, v_{Н-И} = 25 \text{ км/ч}, \text{ найдем время: } t_{Н-И} = \frac{S}{v} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5} \text{ (ч)}$$

$$3) S_{И-М} = 24 \text{ км}, v_{И-М} = 40 \text{ км/ч}, \text{ найдем время: } t_{И-М} = \frac{S}{v} = \frac{24}{40} = \frac{3}{5} \text{ (ч)}$$

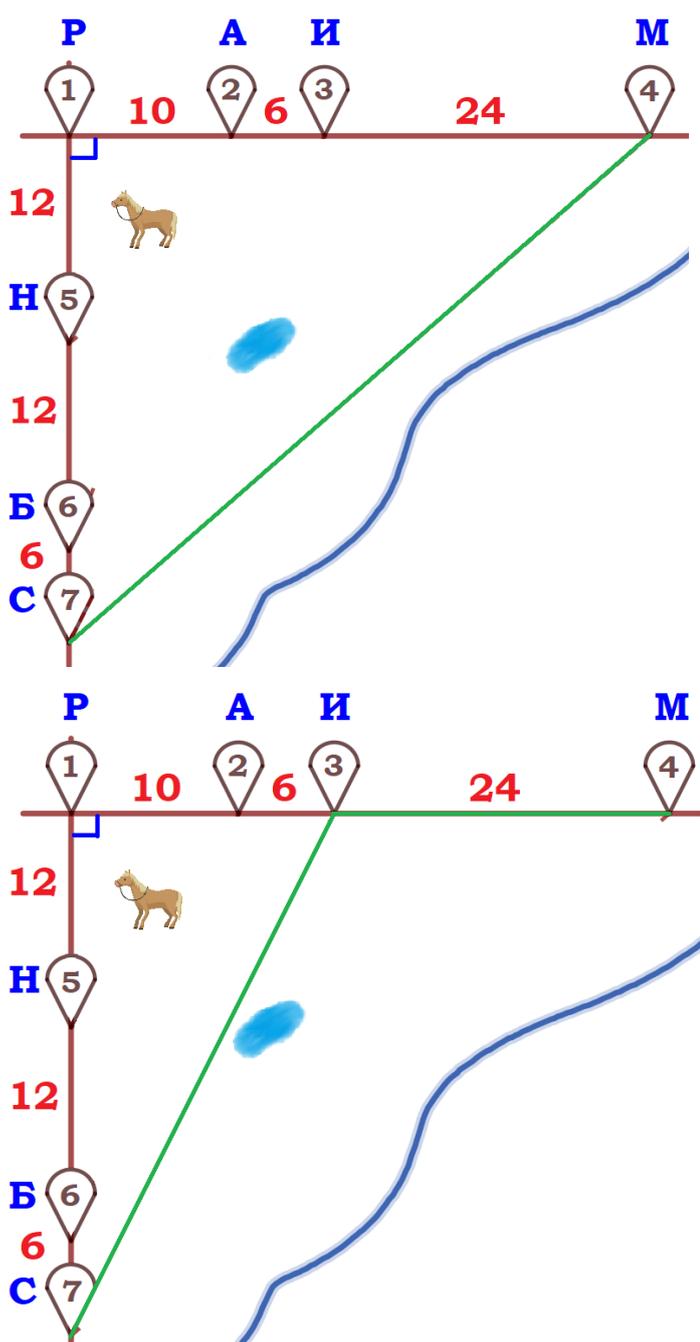
$$\text{Общее время: } t_{С-Н} + t_{Н-И} + t_{И-М} = \frac{9}{20} + \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{37}{20} \text{ (ч)}$$

$$\text{Переводим в минуты: } \frac{37}{20} \text{ ч} = \frac{37}{20} \cdot 60 \text{ мин} = 111 \text{ мин.}$$

Ответ: **111**

1.6. (Блок 2) За какое наименьшее количество минут Катя с дедушкой могут добраться из деревни Старая до деревни Мишино?

На плане представлено 5 подходящих маршрутов:



А) Старая – Мишино (напрямик)

Рассмотрим треугольник СРМ:
 $\triangle СРМ$ – прямоугольный,
 $СР = 6 + 12 + 12 = 30$ (км),
 $РМ = 10 + 6 + 24 = 40$ (км)

По теореме Пифагора:

$$СМ^2 = 30^2 + 40^2$$

$$СМ^2 = 2500$$

$$СМ = 50 \text{ (км)}$$

$S_{С-М} = 50$ км, $v_{С-М} = 25$ км/ч,

$$\text{найдем время: } t_{С-М} = \frac{S}{v} = \frac{50}{25} = 2 \text{ (ч)}$$

Б) Старая – Ивушка – Мишино

СИ+ИМ

1) Рассмотрим треугольник СРИ:

$\triangle СРИ$ – прямоугольный,
 $СР = 6 + 12 + 12 = 30$ (км),

$$РИ = 10 + 6 = 16 \text{ (км)}.$$

По теореме Пифагора:

$$СИ^2 = 30^2 + 16^2$$

$$СИ^2 = 1156$$

$$СИ = 34 \text{ (км)}$$

$S_{С-И} = 34$ км, $v_{С-И} = 25$ км/ч,

$$\text{найдем время: } t_{С-И} = \frac{S}{v} = \frac{34}{25} = 1\frac{9}{25} \text{ (ч)}$$

2) $S_{И-М} = 24$ км, $v_{И-М} = 40$ км/ч, найдем время: $t_{И-М} = \frac{S}{v} = \frac{24}{40} = \frac{3}{5}$ (ч)

Общее время: $t_{С-И} + t_{И-М} = 1\frac{9}{25} + \frac{3}{5} = 1\frac{24}{25}$ (ч)

В) Старая – Благое – Арбузово – Мишино

СБ+БА+АМ

1) $S_{С-Б} = 6$ км, $v_{С-Б} = 40$ км/ч, найдем время:

$$t_{С-Б} = \frac{S}{v} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$$
 (ч).

2) $S_{Б-А} = 26$ км (см. задание 1.4.), $v_{Б-А} = 25$ км/ч, найдем время:

$$t_{Б-А} = \frac{S}{v} = \frac{26}{25} = 1\frac{1}{25}$$
 (ч).

3) $S_{А-М} = 6 + 24 = 30$ км, $v_{А-М} = 40$ км/ч, найдем время: $t_{А-М} = \frac{S}{v} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$ (ч)

Общее время: $t_{С-Б} + t_{Б-А} + t_{А-М} = \frac{3}{20} + 1\frac{1}{25} + \frac{3}{4} = 1\frac{47}{50}$ (ч)

Г) Старая – Новая – Ивушка – Мишино

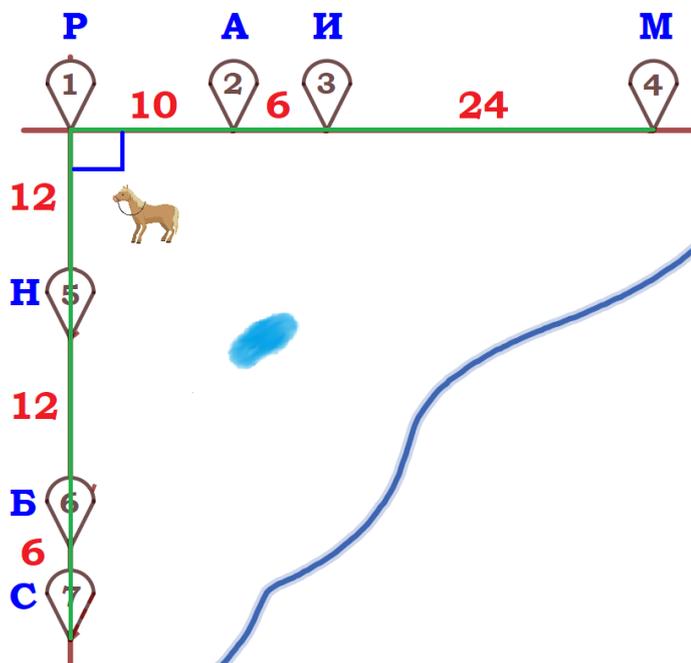
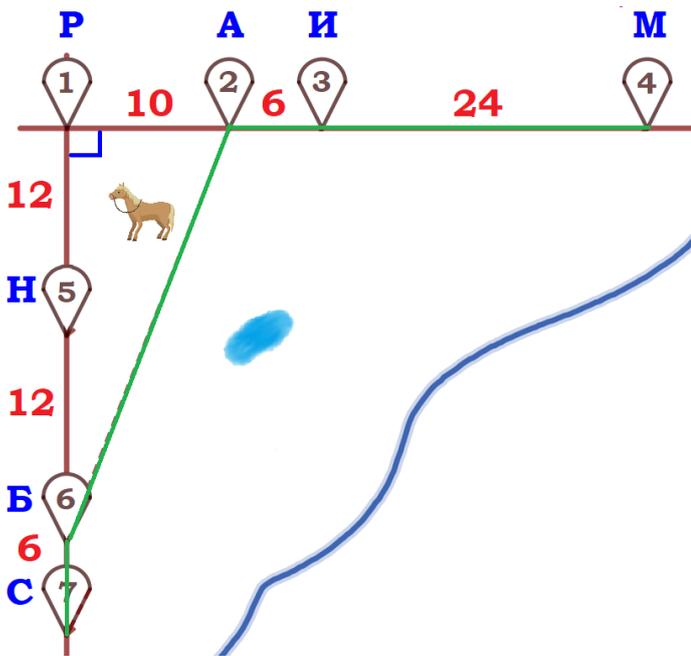
Смотрите задание 1.5.: $t_{С-Н} + t_{Н-И} + t_{И-М} = \frac{9}{20} + \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{37}{20} = 1\frac{17}{20}$ (ч)

Д) Старая – Речное – Мишино

СР+РМ

$S_{С-Р-М} = 6 + 12 + 12 + 10 + 6 + 24 = 70$ км,
 $v_{С-Р-М} = 40$ км/ч,

найдем время: $t_{С-Р-М} = \frac{S}{v} = \frac{70}{40} = 1\frac{3}{4}$ (ч)



$$A) t_{C-M} = 2 \text{ ч}$$

$$B) t_{C-И} + t_{И-M} = 1\frac{24}{25} \text{ ч} = 1\frac{96}{100} \text{ ч}$$

$$B) t_{C-Б} + t_{Б-А} + t_{А-M} = 1\frac{47}{50} \text{ ч} = 1\frac{94}{100} \text{ ч}$$

$$Г) t_{C-Н} + t_{Н-И} + t_{И-M} = 1\frac{17}{20} \text{ ч} = 1\frac{85}{100} \text{ ч}$$

$$Д) t_{C-P-M} = 1\frac{3}{4} \text{ ч} = 1\frac{75}{100} \text{ ч} - \text{наименьшее}$$

$$\text{Переводим в минуты: } 1\frac{3}{4} \text{ ч} = \frac{7}{4} \cdot 60 \text{ мин} = 105 \text{ мин}$$

Ответ: **105**

1.7. (Блок 2) На просёлочных дорогах машина дедушки расходует 9,2 литра бензина на 100 км. Известно, что на путь из деревни Старая до деревни Мишино через Речное и путь через Ивушку мимо пруда ей необходим один и тот же объём бензина. Сколько литров бензина на 100 км машина дедушки расходует на шоссе?

А) Старая – Речное – Мишино

Путь (по шоссе):

$$S_{C-P-M} = 6 + 12 + 12 + 10 + 6 + 24 = 70 \text{ (км)}$$

Расход бензина (шоссе):

$$100 \text{ км} - x \text{ л}$$

$$1 \text{ км} - \frac{x}{100} \text{ л}$$

$$70 \text{ км} - \frac{x}{100} \cdot 70 \text{ л} = \frac{70x}{100} \text{ л}$$

Б) Старая – Ивушка – Мишино

Путь (по проселочной дороге):

$$S_{C-И} = 34 \text{ км}$$

(смотрите задание 1.6.Б)

Расход бензина (проселочная дорога):

$$100 \text{ км} - 9,2 \text{ л}$$

$$1 \text{ км} - \frac{9,2}{100} \text{ л}$$

$$34 \text{ км} - \frac{9,2}{100} \cdot 34 \text{ л} = \frac{9,2 \cdot 34}{100} \text{ л}$$

Путь (по шоссе):

$$S_{И-M} = 24 \text{ км}$$

Расход бензина (шоссе):

$$100 \text{ км} - x \text{ л}$$

$$1 \text{ км} - \frac{x}{100} \text{ л}$$

$$24 \text{ км} - \frac{x}{100} \cdot 24 \text{ л} = \frac{24x}{100} \text{ л}$$

Известно, что для каждого маршрута необходим один и тот же объём бензина, составим уравнение: $\frac{70x}{100} = \frac{9,2 \cdot 34}{100} + \frac{24x}{100}$.

$$\begin{aligned} \frac{70x}{100} &= \frac{9,2 \cdot 34}{100} + \frac{24x}{100} && | \cdot 100 \\ 70x &= 9,2 \cdot 34 + 24x \\ 70x - 24x &= 9,2 \cdot 34 \\ 46x &= 9,2 \cdot 34 \\ x &= \frac{9,2 \cdot 34}{46} \\ x &= 6,8 \text{ (л)} \end{aligned}$$

Ответ: **6,8**

1.8. На шоссе машина дедушки расходует 6,5 литра бензина на 100 км. Известно, что на путь из села Благое до деревни Арбузово через село Речное и путь напрямик ей необходим один и тот же объём бензина. Сколько литров бензина на 100 км машина дедушки расходует на просёлочных дорогах?

А) Благое – Речное – Арбузово

Путь (по шоссе):

$$S_{\text{Б-Р-А}} = 12 + 12 + 10 = 34 \text{ (км)}$$

Расход бензина (шоссе):

$$100 \text{ км} - 6,5 \text{ л}$$

$$1 \text{ км} - \frac{6,5}{100} \text{ л}$$

$$34 \text{ км} - \frac{6,5}{100} \cdot 34 \text{ л} = \frac{6,5 \cdot 34}{100} \text{ л}$$

Б) Благое – Арбузово

Путь (по просёлочной дороге):

$$S_{\text{Б-А}} = 26 \text{ км}$$

(смотрите задание 1.4)

Расход бензина (просёлочная дорога):

$$100 \text{ км} - x \text{ л}$$

$$1 \text{ км} - \frac{x}{100} \text{ л}$$

$$26 \text{ км} - \frac{x}{100} \cdot 26 \text{ л} = \frac{26x}{100} \text{ л}$$

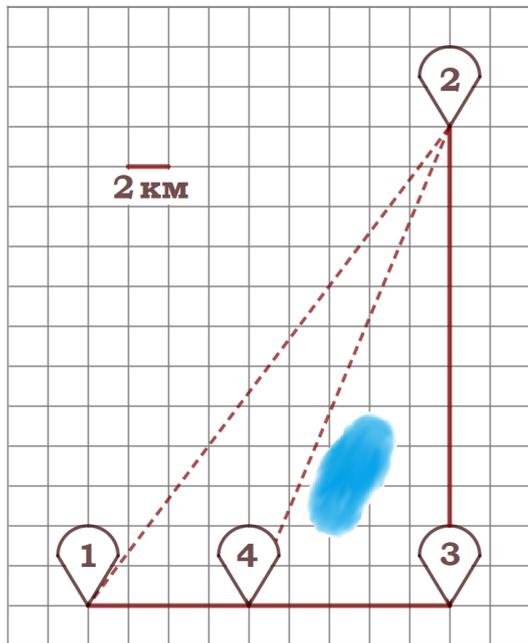
Известно, что для каждого маршрута необходим один и тот же объём бензина, составим уравнение: $\frac{26x}{100} = \frac{6,5 \cdot 34}{100}$.

$$\begin{aligned} \frac{26x}{100} &= \frac{6,5 \cdot 34}{100} && | \cdot 100 \\ 26x &= 6,5 \cdot 34 \\ x &= \frac{6,5 \cdot 34}{26} \\ x &= 8,5 \text{ (л)} \end{aligned}$$

Ответ: **8,5**

«План местности»

Задание 2. Митя летом отдыхает у бабушки в деревне Надеждино. В субботу они собираются съездить на велосипедах в село Ромашково на ярмарку. Из деревни Надеждино в село Ромашково можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь: до деревни Горка, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое прямолинейное шоссе, ведущее через деревню Кудрявцево в село Ромашково. Есть и третий маршрут: по прямой тропинке мимо пруда до деревни Кудрявцево, где можно свернуть на шоссе в село Ромашково.



Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.

По шоссе Митя с бабушкой едут со скоростью 20 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке – со скоростью 15 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, длина стороны каждой клетки равна 2 км.

2.1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Насел. пункты	д. Горка	с. Ромашково	д. Надеждино
Цифры			

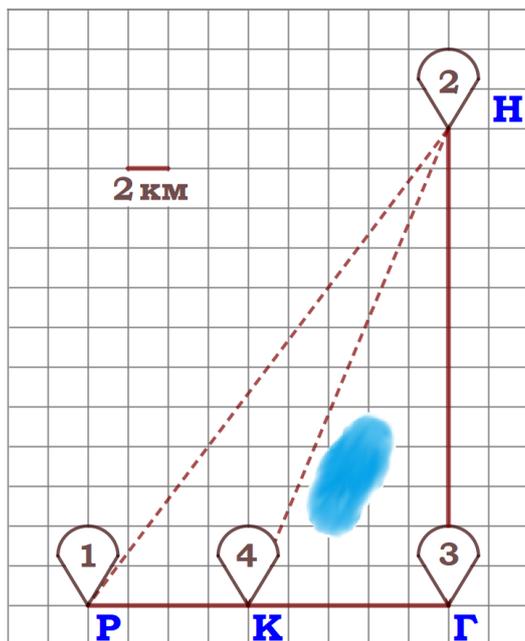
Текст	Вывод
Есть более длинный путь: до деревни Горка, где нужно повернуть под прямым углом ...	Единственный населённый пункт, где можно повернуть под прямым углом, отмечен цифрой 3 . Следовательно, это деревня Горка .
... повернуть под прямым углом направо на другое прямолинейное шоссе, ведущее через деревню Кудрявцево в село Ромашково.	На прямолинейном шоссе есть лишь один пункт, через который можно проехать, он отмечен цифрой 4 . Следовательно, это Кудрявцево . Дальше идет село Ромашково , оно отмечено цифрой 1 . Оставшаяся цифра 2 – Надеждино .

Заполняем таблицу:

Насел. пункты	д. Горка	с. Ромашково	д. Надеждино
Цифры	3	1	2

Ответ: **312**

2.2. Сколько километров проедут Митя с дедушкой от деревни Надеждино до села Ромашково, если они поедут по шоссе через деревню Горка?



Надеждино – Горка – Ромашкино

$$НГ = 12 \text{ клеток}$$

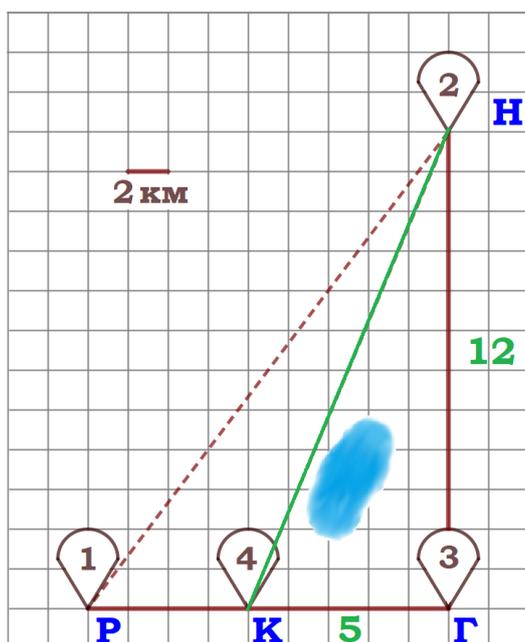
$$ГР = 9 \text{ клеток}$$

$$НГ + ГР = 12 + 9 = 21 \text{ (клетка)}$$

Сторона одной клетки на плане соответствует 2 км, тогда $2 \cdot 21 = 42$ (км).

Ответ: **42**

2.3. Найдите расстояние от деревни Надеждино до деревни Кудрявцево по прямой. Ответ дайте в километрах.



Рассмотрим треугольник НГК:

$\triangle НГК$ – прямоугольный (по условию),
 $НГ = 12$ клеток, $ГК = 5$ клеток

По теореме Пифагора найдем НК:

$$НК^2 = НГ^2 + ГК^2$$

$$НК^2 = 12^2 + 5^2$$

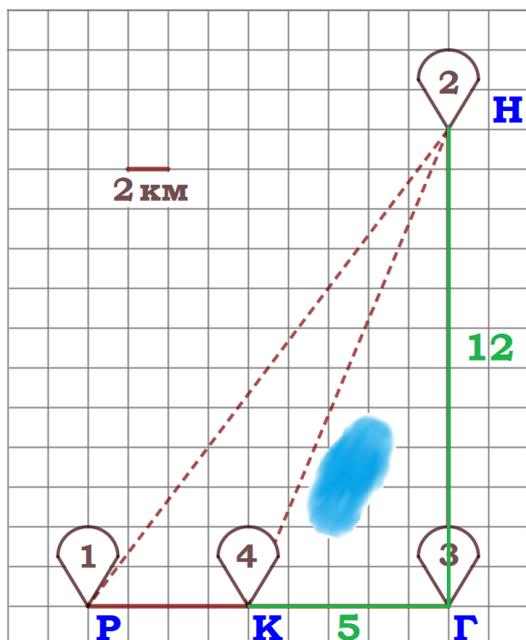
$$НК^2 = 169$$

$$НК = 13 \text{ (клеток)}$$

Сторона одной клетки на плане соответствует 2 км, тогда $2 \cdot 13 = 26$ (км).

Ответ: **26**

2.4. Сколько минут затратят на дорогу из деревни Надеждино в село Кудрявцево Митя с дедушкой, если поедут через деревню Горка?



Надеждино – Горка – Кудрявцево

$$НГ + ГК = 12 + 5 = 17 \text{ (клеток)}$$

Сторона одной клетки на плане соответствует 2 км, тогда $2 \cdot 17 = 34$ (км).

$$S_{Н-Г-К} = 34 \text{ км,}$$

$$v_{Н-Г-К} = 20 \text{ км/ч (по шоссе),}$$

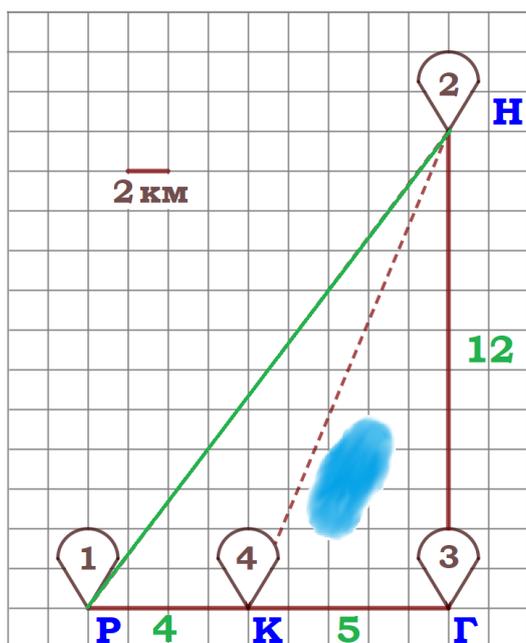
$$\text{найдем время: } t_{Н-Г-К} = \frac{S}{v} = \frac{34}{20} = \frac{17}{10} \text{ (ч)}$$

Переводим в минуты:

$$\frac{17}{10} \text{ ч} = \frac{17}{10} \cdot 60 \text{ мин} = 102 \text{ мин}$$

Ответ: **102**

2.5. Сколько минут затратят на дорогу из деревни Надеждино в село Ромашково Митя с дедушкой, если они поедут по прямой лесной дорожке?



Рассмотрим треугольник НГР:

$\triangle НГР$ – прямоугольный (по условию),
 $НГ = 12$ клеток, $ГР = 5 + 4 = 9$ (клеток)

По теореме Пифагора найдем НР:

$$НР^2 = НГ^2 + ГР^2$$

$$НР^2 = 12^2 + 9^2$$

$$НР^2 = 225$$

$$НР = 15 \text{ (клеток)}$$

Сторона одной клетки на плане соответствует 2 км, тогда $2 \cdot 15 = 30$ (км).

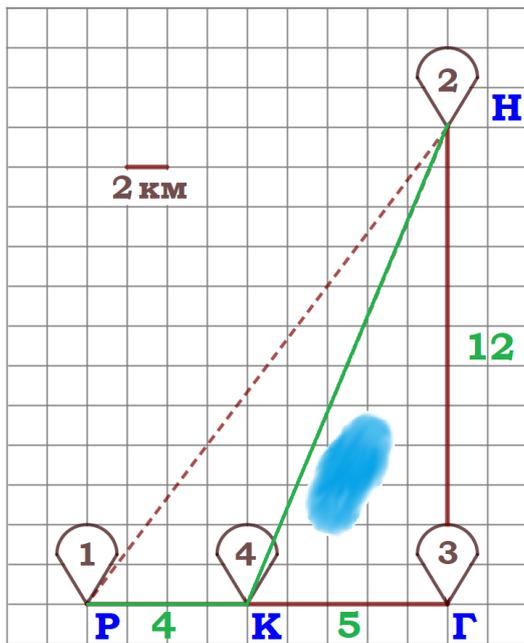
$$S_{Н-Р} = 30 \text{ км, } v_{Н-Р} = 15 \text{ км/ч (по лесной дорожке),}$$

$$\text{найдем время: } t_{Н-Р} = \frac{S}{v} = \frac{30}{15} = 2 \text{ (ч).}$$

Переводим в минуты: $2 \text{ ч} = 2 \cdot 60 \text{ мин} = 120 \text{ мин.}$

Ответ: **120**

2.6. Сколько минут затратят на дорогу из деревни Надеждино в село Ромашково Митя с дедушкой, если они поедут сначала в деревню Кудрявцево по прямой тропинке, которая проходит мимо пруда, а потом свернут на шоссе?



Надеждино – Кудрявцево – Ромашково

НК+КР

1) $S_{Н-К} = 26$ км (смотрите задание 2.3),
 $v_{Н-К} = 15$ км/ч (по лесной дорожке),

найдем время: $t_{Н-К} = \frac{S}{v} = \frac{26}{15}$ ч

2) $КР = 2 \cdot 4 = 8$ (км)

$S_{К-Р} = 8$ км,

$v_{К-Р} = 20$ км/ч (по шоссе),

найдем время: $t_{К-Р} = \frac{S}{v} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ (ч)

Общее время: $t_{Н-К} + t_{К-Р} = \frac{26}{15} + \frac{2}{5} = \frac{32}{15}$ (ч).

Переводим в минуты: $\frac{32}{15}$ ч = $\frac{32}{15} \cdot 60$ мин = 128 мин.

Ответ: **128**

2.7. В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Надеждино, селе Ромашково, деревне Кудрявцево и деревне Горка.

Наименование продукта	д. Надеждино	с. Ромашково	д. Кудрявцево	д. Горка
Молоко (1 л)	35	39	35	42
Хлеб (1 батон)	18	15	19	23
Сыр «Российский» (1 кг)	280	210	230	200
Говядина (1 кг)	430	410	445	390
Картофель (1 кг)	31	25	37	28

Митя с дедушкой хотят купить 2 л молока, 2 кг говядины и 3 кг картофеля. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость данного набора в этом магазине.

Наименование продукта	Надеждино	Ромашково	Кудрявцево	Горка
Молоко (2 л)	$35 \cdot 2 = 70$	$39 \cdot 2 = 78$	$35 \cdot 2 = 70$	$42 \cdot 2 = 84$
Говядина (2 кг)	$430 \cdot 2 = 860$	$410 \cdot 2 = 820$	$445 \cdot 2 = 890$	$390 \cdot 2 = 780$
Картофель (3 кг)	$31 \cdot 3 = 93$	$25 \cdot 3 = 75$	$37 \cdot 3 = 111$	$28 \cdot 3 = 84$
ВСЕГО	1 023 рубля	973 рубля	1 071 рубль	948 рублей

Ответ: **948**