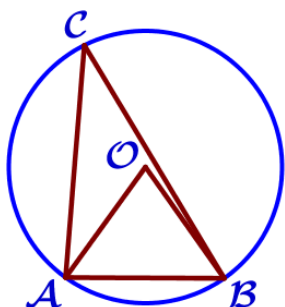


16. Окружность, круг и их элементы

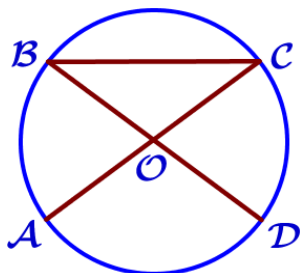
Блок 1. ФИПИ

Примеры прототипов

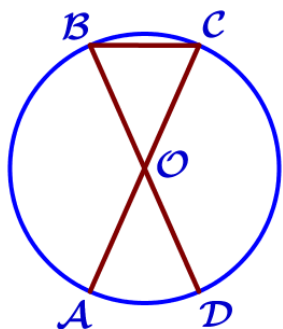
1) Центральные и вписанные углы



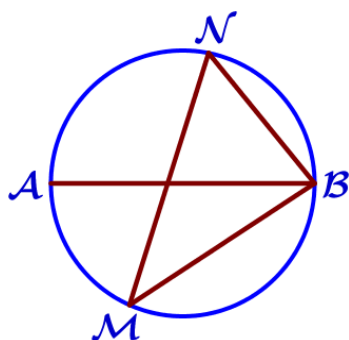
1. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен 64° . Ответ дайте в градусах.



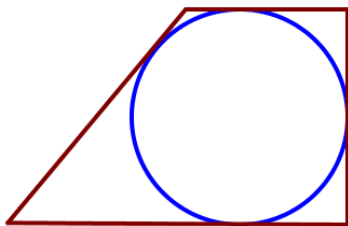
2. Отрезки AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 25° . Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.



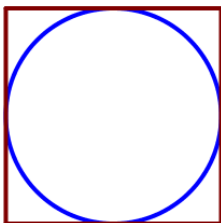
3. В окружности с центром в точке O отрезки AC и BD – диаметры. Угол AOD равен 52° . Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.



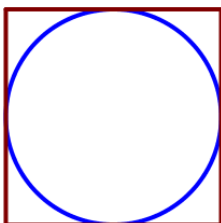
4. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N. Известно, что $\angle NBA = 55^\circ$. Найдите угол NMB. Ответ дайте в градусах.

II) Вписанная окружность

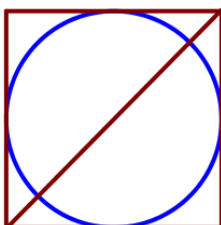
5. Радиус окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, равен 38. Найдите высоту этой трапеции.



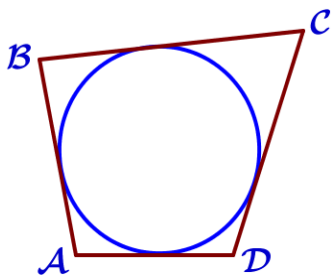
6. Сторона квадрата равна 46. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.



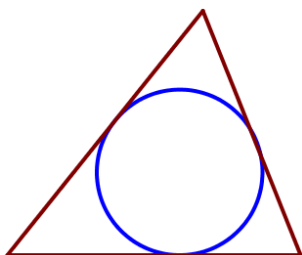
7. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 11.



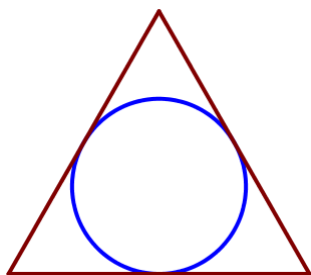
8. Радиус вписанной в квадрат окружности равен $20\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.



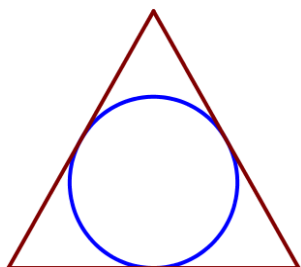
9. Четырёхугольник ABCD описан около окружности, $AB=17$, $BC=22$, $AD=15$. Найдите CD .



10. Периметр треугольника равен 53, одна из сторон равна 20, а радиус вписанной в него окружности равен 4. Найдите площадь этого треугольника.

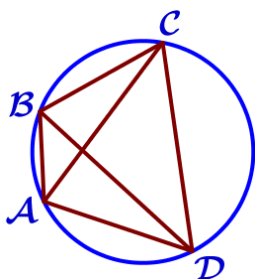


11. Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен $13\sqrt{3}$.
Найдите длину стороны этого треугольника.

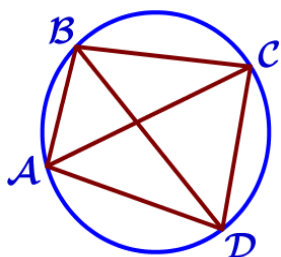


12. Сторона равностороннего треугольника равна $4\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

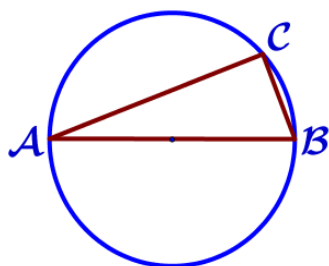
III) Описанная окружность



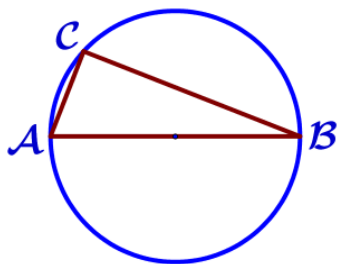
13. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен 142° , угол CAD равен 88° . Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



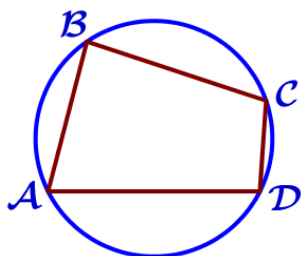
14. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 40° , угол CAD равен 56° . Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



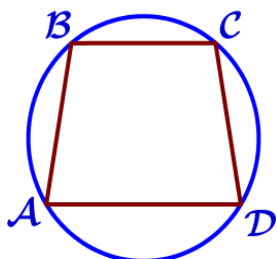
15. Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Найдите угол ABC, если угол BAC равен 19° . Ответ дайте в градусах.



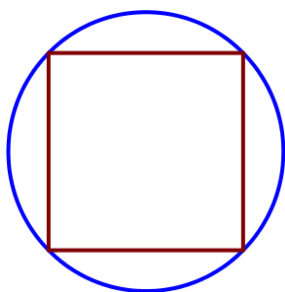
16. Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 12,5. Найдите AC, если BC=24.



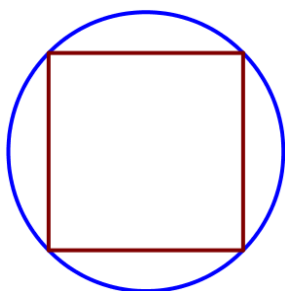
17. Угол A четырёхугольника ABCD, вписанного в окружность, равен 61° . Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



18. Угол A трапеции ABCD с основаниями AD и BC, вписанной в окружность, равен 82° . Найдите угол B этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

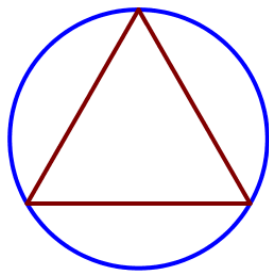


19. Сторона квадрата равна $14\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

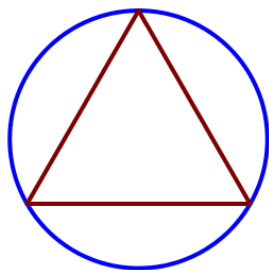


20. Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $32\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.

21. Сторона равностороннего треугольника равна $18\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

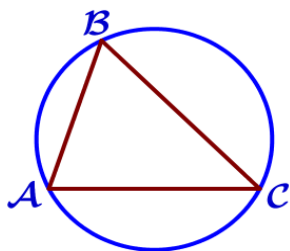


22. Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен $11\sqrt{3}$. Найдите длину стороны этого треугольника.

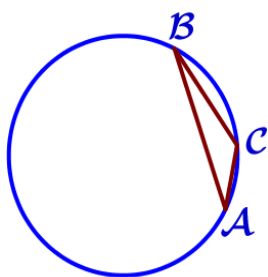


IV) Расширенная теорема синусов

23. В треугольнике ABC угол C равен 45° , $AB = 10\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



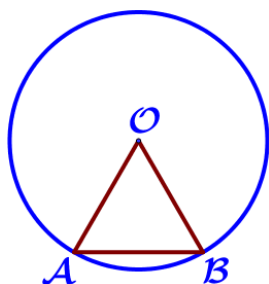
24. В треугольнике ABC угол C равен 135° , $AB = 12\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



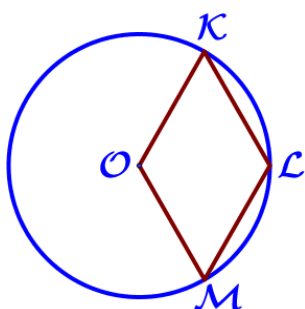
16. Окружность, круг и их элементы
Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия (старый ОБЗ)

Примеры прототипов

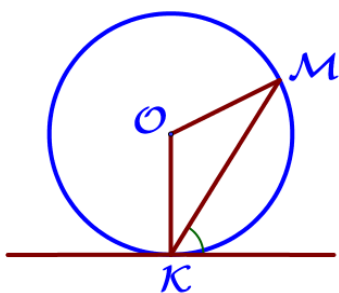
1) Касательная к окружности



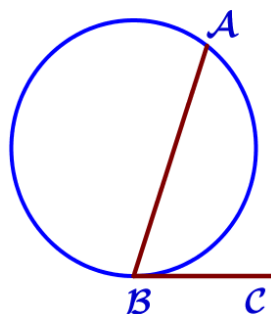
1. Центральный угол AOB опирается на хорду AB длиной 5. При этом угол OAB равен 60° . Найдите радиус окружности.



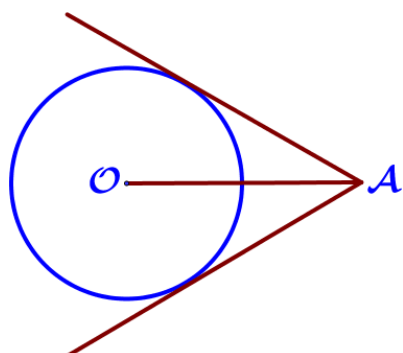
2. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки K, L и M таким образом, что $OKLM$ – ромб. Найдите угол OKL . Ответ дайте в градусах.



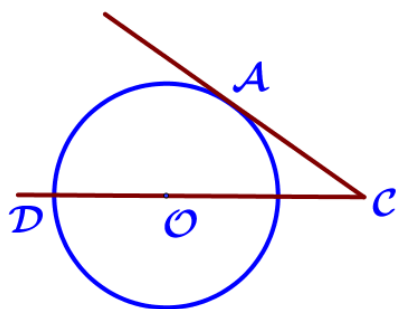
3. Прямая касается окружности в точке K . Точка O – центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 66° . Найдите величину угла OMK . Ответ дайте в градусах.



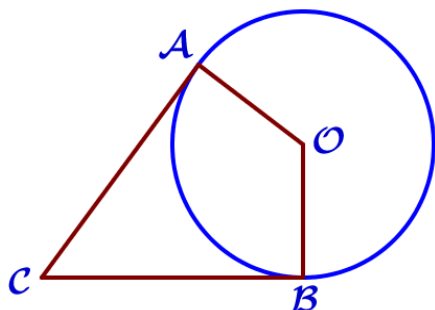
4. На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 136° . Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



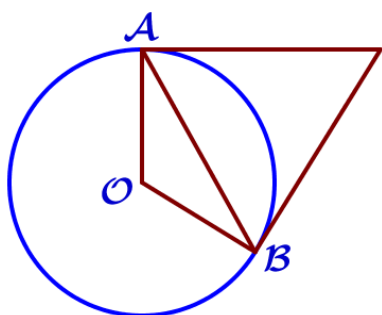
5. Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O . Найдите расстояние от точки A до точки O , если угол между касательными равен 60° , а радиус окружности равен 14.



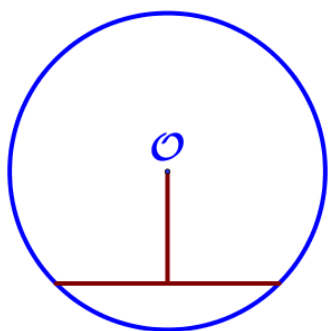
6. Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, O – центр окружности, а дуга AD окружности, заключённая внутри этого угла, равна 110° .



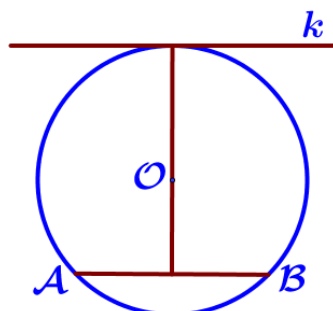
7. В угол C величиной 87° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B , точка O – центр окружности. Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



8. Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом 58° . Найдите угол ABO . Ответ дайте в градусах.

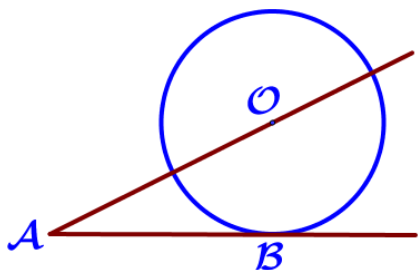


9. Длина хорды окружности равна 80, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 9. Найдите диаметр окружности.

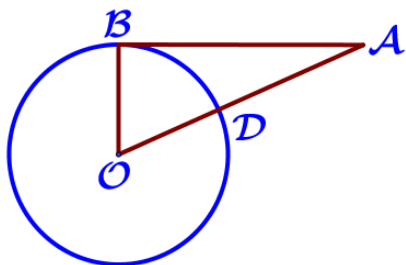


10. Радиус окружности с центром в точке O равен 29, длина хорды AB равна 42. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной k .

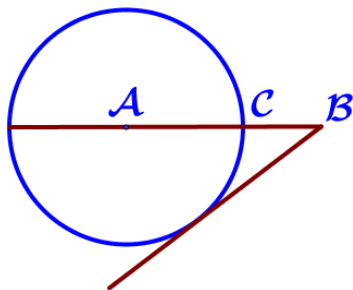
11. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB=45$ см, $AO=53$ см.



12. Отрезок $AB=24$ касается окружности радиуса 10 с центром O в точке B . Окружность пересекает отрезок AO в точке D . Найдите AD .

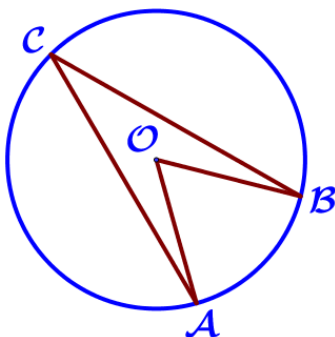


13. На отрезке AB выбрана точка C так, что $AC=9$ и $BC=6$. Построена окружность с центром A , проходящая через C . Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки B к этой окружности.

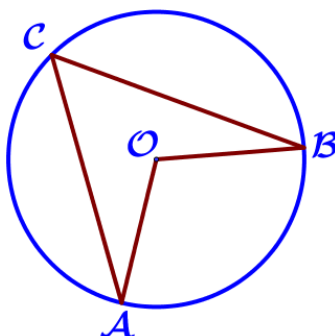


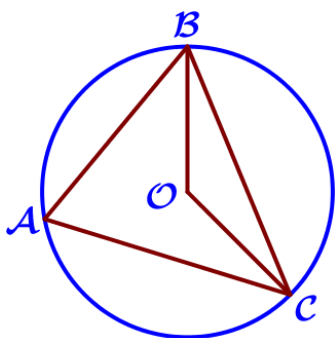
II) Центральный и вписанный угол

14. Точка O – центр окружности, $\angle ACB=28^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла AOB (в градусах).

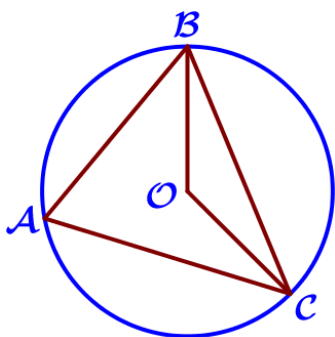


15. Точка O – центр окружности, $\angle AOB=128^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла ACB (в градусах).

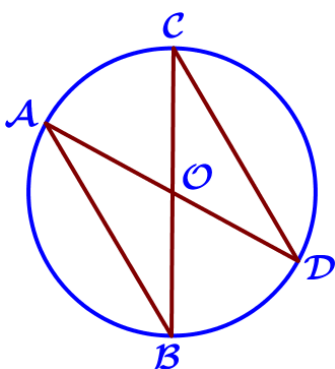




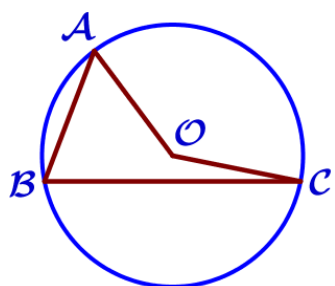
16. Точка O – центр окружности, $\angle BAC = 64^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла BOC (в градусах).



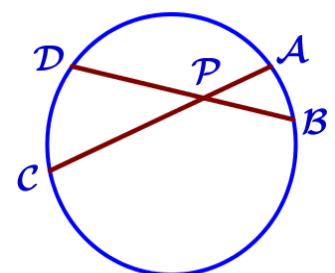
17. Точка O – центр окружности, $\angle BOC = 146^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла BAC (в градусах).



18. В окружности с центром в точке O проведены диаметры AD и BC , угол OAB равен 33° . Найдите величину угла OCD .

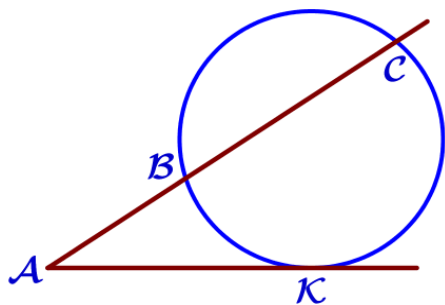


19. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 49^\circ$ и $\angle OAB = 34^\circ$. Найдите $\angle BCO$. Ответ дайте в градусах.

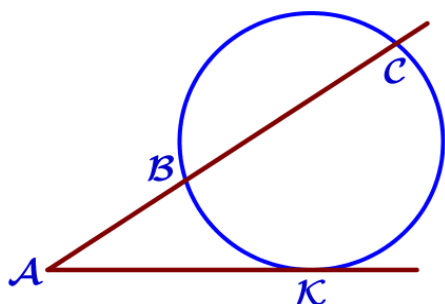


20. Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P , $BP=20$, $CP=30$, $DP=24$. Найдите AP .

21. Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K . Другая прямая пересекает окружность в точках B и C , причём $AB=7$ $AC=28$. Найдите AK .

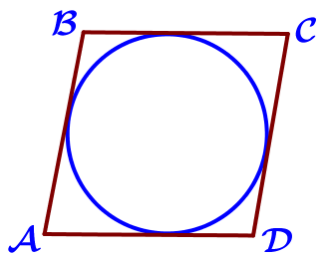


22. Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K . Другая прямая пересекает окружность в точках B и C , причём $AB=6$ $BC=18$. Найдите AK .

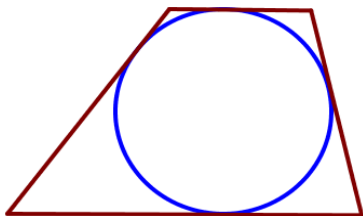


III) Вписанная окружность

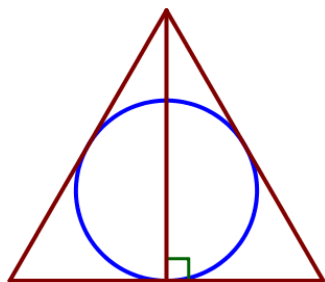
23. В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 15.



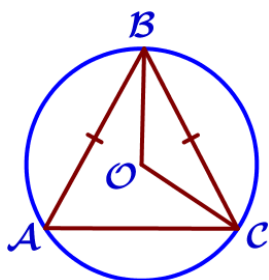
24. В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 38, вписана окружность. Найдите длину средней линии трапеции.



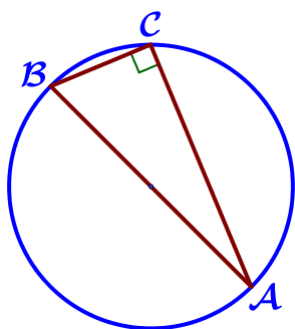
25. Радиус окружности, вписанной в равно-сторонний треугольник, равен 11. Найдите высоту этого треугольника.



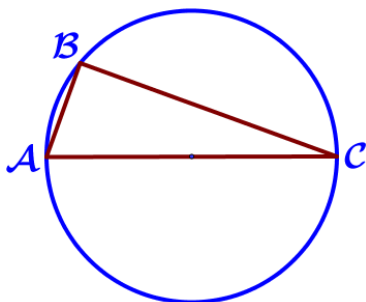
IV) Описанная окружность



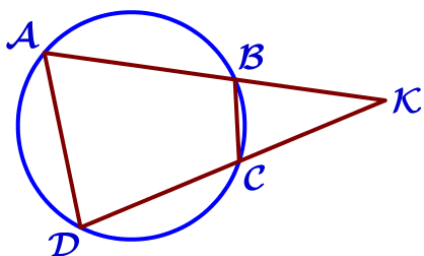
26. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB=BC$ и $\angle ABC=54^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.



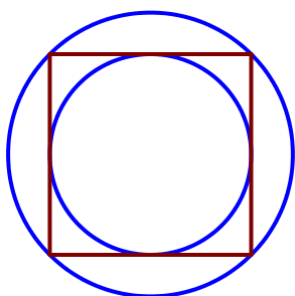
27. В треугольнике ABC известно, что $AC=17$, $BC=6\sqrt{2}$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



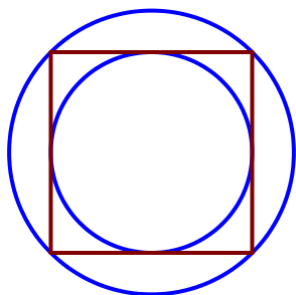
28. Сторона AC треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A=81^\circ$. Ответ дайте в градусах.



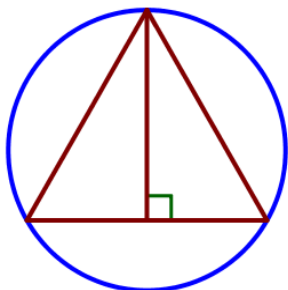
29. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Прямые AB и CD пересекаются в точке K , $BK=8$, $DK=16$, $BC=4$. Найдите AD .



30. Радиус вписанной в квадрат окружности равен $13\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

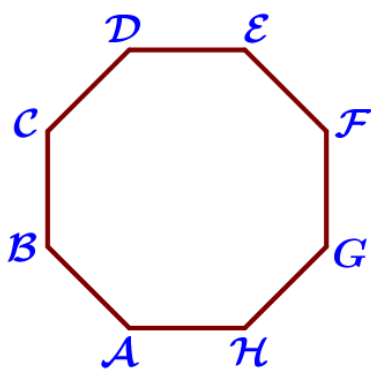


31. Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $8\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

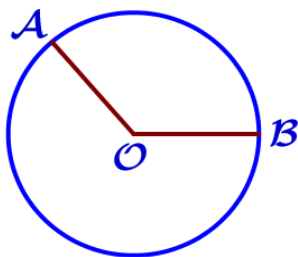


32. Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен 16. Найдите высоту этого треугольника.

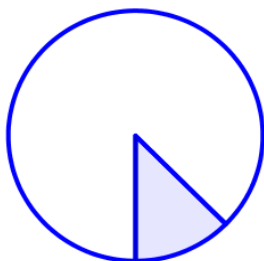
V) Длина окружности и площадь круга



33. ABCDEFGH – правильный восьмиугольник. Найдите угол CEF. Ответ дайте в градусах.



34. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 115^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 23. Найдите длину большей дуги.



35. Площадь круга равна 105. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 72° .